姓名：________ 班级：________ 考室：________ 座位号：________

密 封 线

2020 年湖南省普通高中学业水平考试模拟试卷(一)

数　学

注意事项：

1. 答题前，请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考室和座位号；

2. 必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；

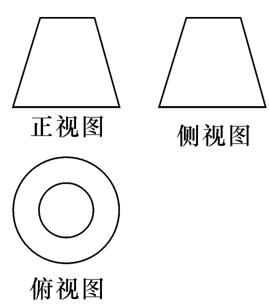
3. 答题时，请考生注意各大题题号后面的答题提示；

4. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；

5. 本试题卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共 8 页. 考试时量 120 分钟，满分 100 分.

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 如图是一个几何体的三视图，它对应的几何体的名称是　　(　　)



A. 棱台　　B. 圆台

C. 圆柱　　D. 圆锥

2. 若 $\boldsymbol{a}=(3,2)$，$\boldsymbol{b}=(0,-1)$，则向量 $2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$ 的坐标是　　(　　)

A. $(3,-4)$　　B. $(-3,4)$

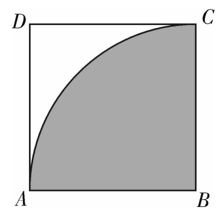
C. $(3,4)$　　D. $(-3,-4)$

3. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,若 $a<b$,则 ( )

A. $a<2b$ B. $ab<b^2$

C. $a^2<b^2$ D. $a^3<b^3$

4. 若将一质点随机投到如图所示的正方形 $ABCD$ 中,则质点落在扇形 ABC 内的概率为 ( )



A. $\frac{\pi}{4}$ B. $1-\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{8}$ D. $1-\frac{\pi}{8}$

5. 有下列函数:$f(x)=x^4$,$f(x)=x^5$,$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$,$f(x)=\frac{1}{x^2}$,其中奇函数有 ( )

A. 4 个 B. 3 个

C. 2 个 D. 1 个

6. 某市在一条线路(总里程为 20 千米)试运行"招手即停"的公共汽车,票价 y(元)与乘坐里程 x(千米)之间的函数解析式是 $y=\begin{cases}2,0<x\leqslant 5,\\3,5<x\leqslant 10,\\4,10<x\leqslant 15,\\5,15<x\leqslant 20,\end{cases}$ 某人下车时交了票价 4 元,则他乘坐的里程可能是________千米. ( )

A. 2 B. 10

C. 13 D. 16

7. 函数 $f(x)=\log_2 x+x-2$ 的零点所在的区间是 ( )

A. (0,1) B. (1,2)

C. (2,3) D. (3,4)

8. 已知函数 $y=2\cos x$ 的定义域为$\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$,值域为$[a,b]$,则 $b-a$ 的值是　(　　)

A. 2　　B. 3

C. $\sqrt{3}+2$　　D. $2\sqrt{3}$

9. 在三角形 ABC 中,a,b,c 分别是角 A,B,C 的对边,若 $b=1,c=\sqrt{3},C=\frac{2\pi}{3}$,则 $S_{\triangle ABC}=$

(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

10. 直线 $l:2mx-y+2-2m=0$ 与圆 $C:x^2+(y-1)^2=5$ 的位置关系是　(　　)

A. 相交　　B. 相切

C. 相离　　D. 不确定

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,满分 20 分)

11. 直线 $x-y=0$ 的倾斜角为__________.

12. 若 $2\cos 2x=1$,则 $x=$__________.

13. 已知集合 $A=\{1,2\}$,$B=\{-1,x\}$. 若 $A\cap B=\{2\}$,则 $x=$__________.

14. 某高级中学高一、高二、高三年级的学生人数分别为 1 100 人、1 000 人、900 人,为了解不同年级学生的视力情况,现用分层抽样的方法抽取了容量为 30 的样本,则高三年级应抽取的学生人数为__________.

15. 已知实数 x,y 满足$\begin{cases}x\leqslant y+1,\\x+y\geqslant 3,\\y\leqslant 3,\end{cases}$则 $z=3x-2y$ 的最大值为__________.

三、解答题(本大题共 5 小题,满分 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

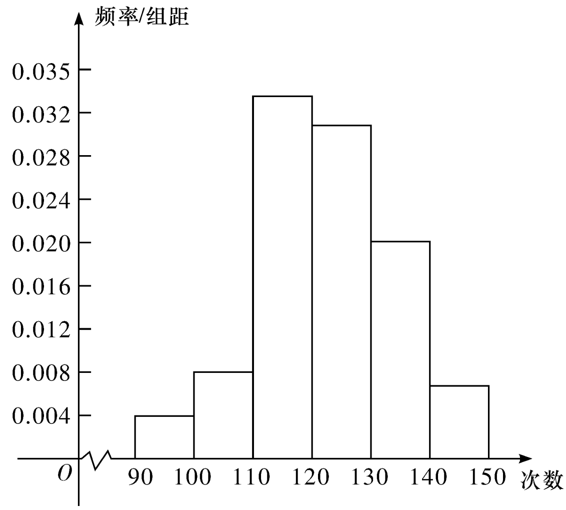
16.(本小题满分 6 分)

已知 $f(x)=2^x$,$g(x)=\begin{cases} x-1, x>1, \\ 2-x, x<1. \end{cases}$

求 $f(g(2))$与 $g(f(2))$.

17.（本小题满分 8 分）

为了解高二学生的体能情况，某校抽取部分学生进行一分钟跳绳次数的测试，将所得数据整理、分组后，画出频率分布直方图（如图）. 图中从左到右各小长方形面积之比为 $2:4:17:15:9:3$. 若第二组的频数为 12.



（Ⅰ）求第二组的频率是多少，样本容量是多少；

（Ⅱ）若次数在 110 以上（含 110 次）为达标，试估计该学校全体高二学生的达标率是多少.

18.（本小题满分 8 分）

已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，且 α 是第二象限角.

（Ⅰ）求 $\sin 2\alpha$ 的值；

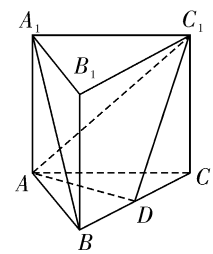
（Ⅱ）求 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

19.（本小题满分 8 分）

如图，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 是 BC 上一点，$AD\perp BC$.

（Ⅰ）若底面边长为 a，侧棱长为 b，求该正三棱柱的表面积、体积.

（Ⅱ）求证：$A_1B/\!/$ 平面 ADC_1.



20.（本小题满分 10 分）

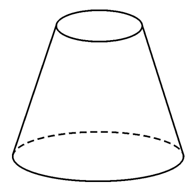
已知等比数列$\{a_n\}$的公比$q>1$,且a_1,a_3的等差中项为10,$a_2=8$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\dfrac{n}{a_n}$,求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

模拟试卷(一)参考答案

1. B 【解析】由三视图还原几何体如图：



该几何体为圆台. 故选 B.

2. D 【解析】向量 $\boldsymbol{a}=(3,2)$，$\boldsymbol{b}=(0,-1)$，则向量 $2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=2(0,-1)-(3,2)=(-3,-4)$. 故选 D.

3. D 【解析】对于 A 选项，若 $a<b$，如 $-2<-1$，但是 $(-1)\times 2=-2$，即 $a=2b$，所以 A 选项错误. 对于 B 选项，若 $a<b$，如 $-2<-1$，但是 $(-2)\cdot(-1)>(-1)^2$，即 $ab>b^2$，所以 B 选项错误. 对于 C 选项，若 $a<b$，如 $-2<-1$，但是 $(-2)^2>(-1)^2$，即 $a^2>b^2$，所以 C 选项错误. 对于 D 选项，若 $a<b$，则 $a-b<0$，则 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)\cdot\left[\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2\right]<0$，所以 $a^3<b^3$. 故选 D.

4. A 【解析】设正方形的边长为 1，所以可知正方形的面积 $S_1=1$，扇形的面积 $S_2=\frac{1}{4}\pi\cdot 1^2=\frac{\pi}{4}$，所以质点落在扇形 ABC 内的概率为 $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{4}$，故选 A.

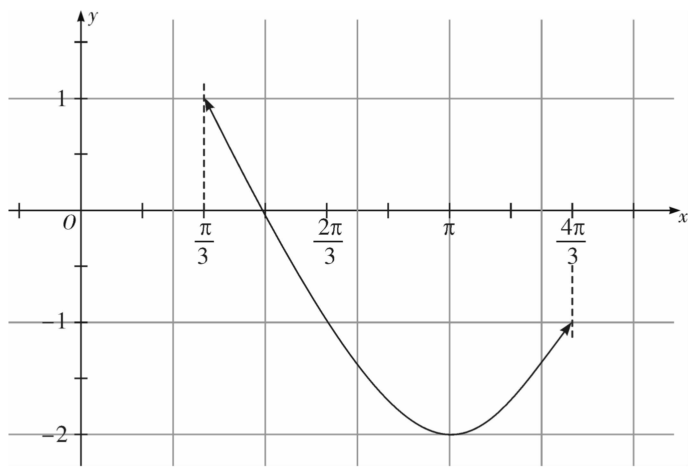
5. D 【解析】由 $f(x)=x^4$ 知此函数的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=(-x)^4=x^4=f(x)$，故 $f(x)=x^4$ 为偶函数；由 $f(x)=x^5$ 知此函数的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=(-x)^5=-x^5=-f(x)$，故 $f(x)=x^5$ 为奇函数；由 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ 知此函数的定义域为 $[0,+\infty)$，定义域关于原点不对称，故 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ 为非奇非偶函数；由 $f(x)=\frac{1}{x^2}$ 知此函数的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，且 $f(-x)=\frac{1}{(-x)^2}=\frac{1}{x^2}=f(x)$，故 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ 为偶函数. 即上述函数中只有 $f(x)=x^5$ 为奇函数，故正确答案为 D.

6. C 【解析】票价 y(元)与乘坐里程 x(千米)之间的函数解析式是 $y=\begin{cases}2, 0<x\leqslant 5,\\ 3, 5<x\leqslant 10,\\ 4, 10<x\leqslant 15,\\ 5, 15<x\leqslant 20,\end{cases}$

$y=4$,则 $10<x\leqslant 15$. 故选 C.

7. B 【解析】因为 $f(1)=\log_2 1+1-2=-1<0$,$f(2)=\log_2 2+2-2=1>0$,由零点存在定理知区间(1,2)必有零点,故选 B.

8. B 【解析】如下图所示,由于 $x\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$,故 $\cos x\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$,$2\cos x\in[-2,1]$,即 $a=-2$,$b=1$,$b-a=3$,故选 B.



9. B 【解析】由余弦定理可知,$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,即 $3=a^2+a+1$,所以 $a=1$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}$. 故选 B.

10. A 【解析】将直线 $2mx-y+2-2m=0$ 转化为 $m(2x-2)+(2-y)=0$,故直线过定点 $P(1,2)$,又圆 C:$x^2+(y-1)^2=5$ 表示以 $C(0,1)$ 为圆心,半径等于$\sqrt{5}$的圆,$|PC|=\sqrt{(0-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{2}<\sqrt{5}$,故点 P 在圆的内部,直线和圆相交. 故选 A.

11. 45° 【解析】设直线 $x-y=0$ 的倾斜角为 α,直线化为 $y=x$. ∴直线的斜率 $k=1=\tan\alpha$,$\alpha\in[0°,180°)$. ∴$\alpha=45°$. 故答案为 45°.

12. $k\pi\pm\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$ 【解析】因为 $2\cos 2x=1$,∴$\cos 2x=\frac{1}{2}$,$2x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,

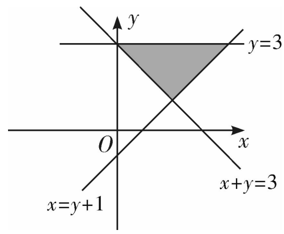
∴$x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

13. 2 【解析】因为 $A\cap B=\{2\}$,故 $2\in B=\{-1,x\}$,故 $x=2$. 故答案为 2.

14. 9 【解析】由题意可得:抽样比 $f=\frac{30}{1\ 100+1\ 000+900}=\frac{1}{100}$,

故高三年级应抽取的学生人数为:$900\times\frac{1}{100}=9$,故答案为 9.

15.6 【解析】如下图所示，过点(4,3)时，z 取最大值 6.



16. $f(g(2))=2, g(f(2))=3$

【解析】$\because g(2)=1, f(2)=4, \therefore f(g(2))=2, g(f(2))=3$.

17.(Ⅰ)0.08,150 (Ⅱ)88%

【解析】(Ⅰ)由于频率分布直方图以面积的形式反映了数据落在各小组内的频率大小，

因此第二组的频率为：$\frac{4}{2+4+17+15+9+3}=0.08$.

又因为频率$=\frac{\text{第二小组频数}}{\text{样本容量}}$.

所以样本容量$=\frac{\text{第二小组频数}}{\text{第二小组频率}}=\frac{12}{0.08}=150$.

(Ⅱ)由图可估计该学校高二学生的达标率约为$\frac{17+15+9+3}{2+4+17+15+9+3}\times 100\%=88\%$.

18.(Ⅰ)$-\frac{24}{25}$ (Ⅱ)$-\frac{7\sqrt{2}}{10}$

【解析】(Ⅰ)$\because \sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\alpha$ 是第二象限角，$\therefore \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{3}{5}$，

$\therefore \sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{24}{25}$.

(Ⅱ)$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{4}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

19.(Ⅰ)$S=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2+3b, V=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b$ (Ⅱ)见解析

【解析】(Ⅰ)在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 为等边三角形，

$\because \triangle ABC$ 的边长为 a，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，

$\therefore$ 正三棱柱的表面积 $S=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2+3ab=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2+3ab$，

体积 $V=S_{\triangle ABC}\times h=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b$.

(Ⅱ)证明:$\because AD\perp BC$,$AB=AC$,

$\therefore$点 D 为 BC 的中点.

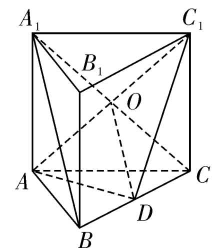
连接 A_1C,交 AC_1 于点 O,则点 O 为 A_1C 的中点.

连接 OD,在$\triangle A_1CB$ 中,O,D 分别为 A_1C,BC 中点,

$\therefore OD/\!/A_1B$,

又 $OD\subset$平面 ADC_1,$A_1B\not\subset$平面 ADC_1,

$\therefore A_1B/\!/$平面 ADC_1.



20.(Ⅰ)$a_n=2^{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$　(Ⅱ)$S_n=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$

【解析】(Ⅰ)由题意可得:$\begin{cases}a_1(1+q^2)=20,\\a_1q=8,\end{cases}$

$\therefore 2q^2-5q+2=0$.

$\because q>1$,$\therefore\begin{cases}a_1=4,\\q=2,\end{cases}$ $\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2^{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(Ⅱ)$b_n=\frac{n}{2^{n+1}}$,$\therefore S_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\frac{3}{2^4}+\cdots+\frac{n}{2^{n+1}}$.

$\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2^3}+\frac{2}{2^4}+\cdots+\frac{n-1}{2^{n+1}}+\frac{n}{2^{n+2}}$.

上述两式相减可得$\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^{n+1}}-\frac{n}{2^{n+2}}$.

$\therefore S_n=\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$.

姓名：________ 班级：________ 考室：________ 座位号：________

密 封 线

2020 年湖南省普通高中学业水平考试模拟试卷(二)

数　学

注意事项：

1. 答题前，请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考室和座位号；

2. 必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；

3. 答题时，请考生注意各大题题号后面的答题提示；

4. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；

5. 本试题卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共 8 页. 考试时量 120 分钟，满分 100 分.

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,2\}$，集合 $B=\{2,4\}$，则集合 $(\complement_U A)\cup B=$（　　）

A. $\{4\}$　　B. $\{2,3,4,5\}$

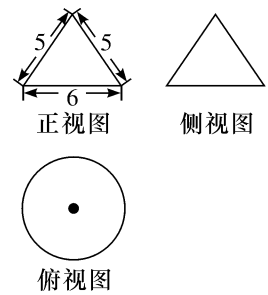
C. $\{3,5\}$　　D. $\{2,3,5\}$

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x-1(x\geqslant 0),\\ \frac{1}{x}(x<0),\end{cases}$ 则 $f(f(1))=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -2

C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

3. 一个几何体的三视图及其尺寸如图，则该几何体的表面积为（　　）



A. 12π　　B. 18π

C. 24π　　D. 36π

4. 已知扇形的圆心角为 2 rad，半径为 2 cm，则这个扇形的面积是（　　）

A. 4 cm^2　　B. 4π cm^2

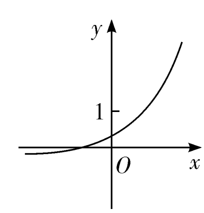
C. 2 cm^2　　D. 1 cm^2

5. 若 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\frac{1}{2}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$（　　）

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$

C. 1　　D. $\frac{1}{4}$

6. 函数 $y=a^x+b(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象如图所示，其中 a,b 为常数. 下列结论正确的是（　　）



A. $a>1,-1<b<0$

B. $a>1,0<b<1$

C. $0<a<1,-1<b<0$

D. $0<a<1,0<b<1$

7. 袋中有 3 个白球和 2 个黑球，从中任意摸出 2 个球，则至少摸出 1 个黑球的概率为（　　）

A. $\frac{7}{10}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{1}{10}$　　D. $\frac{3}{10}$

8. 若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant 0,\\x+2y\geqslant 3,\\2x+y\leqslant 6,\end{cases}$则 $z=x+y$ 的最小值是 ( )

A. -3 B. 6

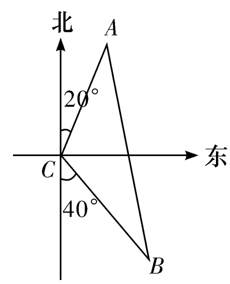
C. $\dfrac{3}{2}$ D. 3

9. 直线 $y=x+1$ 被圆 $x^2+y^2=2$ 截得的弦长为 ( )

A. 2 B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$

10. 如图所示，已知两座灯塔 A 和 B 与海洋观察站 C 的距离都等于 a km，灯塔 A 在观察站 C 的北偏东 $20°$，灯塔 B 在观察站 C 的南偏东 $40°$，则灯塔 A 与灯塔 B 的距离为 ( )



A. a km B. $\sqrt{3}a$ km C. $\sqrt{2}a$ km D. $2a$ km

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分)

11. 计算 $\log_2 3\cdot\log_3 8=$__________.

12. 若数列$\{a_n\}$满足 $a_1=2,a_{n+1}=3a_n,n\in\mathbf{N}^*$，则该数列的通项公式 $a_n=$__________.

13. 已知直线 $l_1:3x-y+2=0,l_2:mx-y+1=0$. 若 $l_1\parallel l_2$，则 $m=$__________.

14. 函数 $y=x+\dfrac{3}{x}(x>0)$的最小值是__________.

15. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，若三点 $A(1,5,-2),B(2,4,1),C(a,3,b)$共线，则 $a+b=$

__________.

三、解答题(本大题共 5 小题,满分 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16.(本小题满分 6 分)

已知角 α 的顶点与原点 O 重合,始边与 x 轴的正半轴重合,它的终边过点 $P\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$.

求 $\sin(\alpha+\pi)$的值.

17.（本小题满分 8 分）

学校举行篮球赛，某名运动员每场得分记录的茎叶图如下.

0	3 5 7 8
1	0 1 2 0 0 4

（Ⅰ）求该名运动员得分的中位数和平均数；

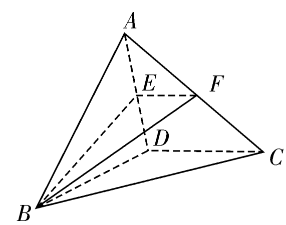
（Ⅱ）估计该名运动员每场得分超过 10 分的概率.

18.(本小题满分 8 分)

在三棱锥 $A-BCD$ 中,$AB=BD$,$CD\perp AD$,点 E,F 分别为 AD,AC 的中点.

(Ⅰ)求证:$EF/\!/$平面 BCD;

(Ⅱ)求证:$AD\perp$平面 BEF.



19.（本小题满分 8 分）

已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $S_n=-2n^2+15n$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）n 为何值时，S_n 取得最大值并求其最大值.

20.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)$对任意实数 x,y 都有 $f(xy)=f(x)\cdot f(y)$，且 $f(-1)=1$，$f(27)=9$，当 $0\leqslant x<1$ 时，$f(x)\in[0,1)$.

（Ⅰ）判断 $f(x)$的奇偶性；

（Ⅱ）判断 $f(x)$在$[0,+\infty)$上的单调性，并给出证明；

（Ⅲ）若 $a\geqslant 0$，且 $f(a+1)\leqslant\sqrt[3]{9}$，求 a 的取值范围.

模拟试卷(二)参考答案

1. B 【解析】由题意得$(\complement_U A)=\{3,4,5\}$，$\therefore(\complement_U A)\cup B=\{2,3,4,5\}$. 选 B.

2. B 【解析】因为函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x-1(x\geqslant 0),\\ \dfrac{1}{x}(x<0),\end{cases}$ 所以 $f(1)=-\dfrac{1}{2}$，则 $f(f(1))=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-2$. 故选 B.

3. C 【解析】根据三视图，所求的几何体是底面半径为 3，母线长为 5 的圆锥，其表面积为 $\pi\times 3^2+\pi\times 3\times 5=24\pi$. 故选 C.

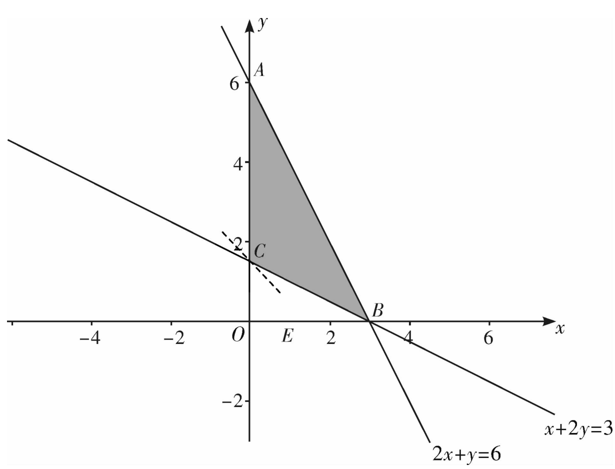
4. A 【解析】$S=\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2^2=4(cm^2)$. 故选 A.

5. B 【解析】$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos 60°=2\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$，故选 B.

6. A 【解析】$\because$ 函数图象单调递增，$\therefore a>1$. 又函数在 y 轴截距在$(0,1)$之间，$\therefore 0<a^0+b<1$，$\therefore -1<b<0$，故选 A.

7. A 【解析】因为袋中有 3 个白球和 2 个黑球，所以任意摸出 2 个球的所有情况有：白 1 黑 1，白 1 黑 2，白 2 黑 1，白 2 黑 2，白 3 黑 1，白 3 黑 2，白 1 白 2，白 1 白 3，白 2 白 3，黑 1 黑 2；共 10 种；至少摸出 1 个黑球的基本事件包含：白 1 黑 1，白 1 黑 2，白 2 黑 1，白 2 黑 2，白 3 黑 1，白 3 黑 2，黑 1 黑 2；共 7 种，所以所求概率为$\dfrac{7}{10}$. 故选 A.

8. C 【解析】画出可行域如下图所示，由图可知，目标函数在点$\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$处取得最小值$\dfrac{3}{2}$. 故选 C.



9. C 【解析】由圆 $x^2+y^2=2$,可得圆心$(0,0)$,半径为$\sqrt{2}$,圆心到直线 $y=x+1$ 的距离 $d=\frac{|0-0+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,故弦长为 $2\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{6}$,故选 C.

10. B 【解析】在$\triangle ABC$ 中$\angle ACB=120°$,由余弦定理得

$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos 120°=2a^2-2a^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=3a^2$,

$\therefore AB=\sqrt{3}a$. 故选 B.

11. 3 【解析】$\log_2 3\cdot\log_3 8=\frac{\lg 3}{\lg 2}\cdot\frac{\lg 8}{\lg 3}=\frac{3\lg 2}{\lg 2}$. 故答案为 3.

12. $2\times 3^{n-1}$ 【解析】数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{n+1}=3a_n(n\in\mathbf{N})$,

可得数列是等比数列,等比为 3,$a_n=2\times 3^{n-1}$.

故答案为 $2\times 3^{n-1}$.

13. 3 【解析】因为直线 $l_1:3x-y+2=0$,$l_2:mx-y+1=0$,且 $l_1/\!/l_2$,

则 $3\times(-1)=(-1)m$,

解得 $m=3$. 故答案为 3.

14. $2\sqrt{3}$ 【解析】由基本不等式可得

$\because x>0,\therefore y=x+\frac{3}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\frac{3}{x}}=2\sqrt{3}$,当且仅当 $x=\frac{3}{x}$即 $x=\sqrt{3}$时取等号.

即答案为 $2\sqrt{3}$.

15. 7 【解析】空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,三点 $A(1,5,-2)$,$B(2,4,1)$,$C(a,3,b)$共线,

则$\overrightarrow{AB}=(1,-1,3)$,$\overrightarrow{AC}=(a-1,-2,b+2)$;

$\therefore\frac{a-1}{1}=\frac{-2}{-1}=\frac{b+2}{3}$,

解得 $a=3$,$b=4$,$\therefore a+b=7$.

故答案为 7.

16. $\frac{4}{5}$ 【解析】由角 α 的终边过点 $P\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$,得 $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$.

所以 $\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

17. (Ⅰ)中位数为 10,平均数为 9 (Ⅱ)$P=\frac{3}{10}$.

【解析】(Ⅰ)由茎叶图可知:这组数据为 3,5,7,8,10,10,10,11,12,14,

所以其中位数为 10,平均数为 $\bar{x}=\frac{3+5+7+8+10+10+10+11+12+14}{10}=9$.

(Ⅱ)超过 10 分的有 3 场,概率 $P=\frac{3}{10}$.

18.**【证明】**(Ⅰ)∵点 E,F 分别为 AD,AC 的中点,

∴$EF/\!/CD$,

∵$EF\not\subset$平面 BCD,$CD\subset$平面 BCD,

∴$EF/\!/$平面 BCD.

(Ⅱ)∵$AB=BD$,$CD\perp AD$,点 E,F 分别为 AD,AC 的中点,

∴$AD\perp BE$,$EF/\!/CD$,

∴$EF\perp AD$,

∵$BE\cap EF=E$,

∴$AD\perp$平面 BEF.

19.(Ⅰ)$a_n=17-4n$　(Ⅱ)$n=4$ 时取得最大值 28

【解析】(Ⅰ)由题意可知:$S_n=-2n^2+15n$,当 $n=1$ 时,$a_1=S_1=-2+15=13$,

当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=-2n^2+15n-[-2(n-1)^2+15(n-1)]=17-4n$,

当 $n=1$ 时,显然成立,

∴数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=17-4n$.

(Ⅱ)$S_n=-2n^2+15n=-2\left(n-\frac{15}{4}\right)^2+\frac{225}{8}$,

由 $n\in\mathbf{N}^*$,则 $n=4$ 时,S_n 取得最大值 28,

∴当 n 为 4 时,S_n 取得最大值,最大值为 28.

20.(1)偶函数　(2)单调递增　(3)$0\leqslant a\leqslant 2$

【解析】(1)令 $y=-1$,则 $f(-x)=f(x)\cdot f(-1)$,

又 $f(-1)=1$,

所以 $f(-x)=f(x)$.

所以 $f(x)$为偶函数.

(2)当 $0<x<1$ 时,$\frac{1}{x}>1$,$1=f(1)=f\left(x\cdot\frac{1}{x}\right)=f(x)\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$,

因为 $f(x)\in(0,1)$,所以 $f\left(\frac{1}{x}\right)>0$,

所以当 $x>0$ 时,$f(x)>0$.

任取 $0\leqslant x_1<x_2$，

$$f(x_1)-f(x_2)=f\left(x_2\cdot\frac{x_1}{x_2}\right)-f(x_2)$$

$$=f(x_2)\cdot f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)-f(x_2)$$

$$=f(x_2)\left[f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)-1\right]$$

设 $0\leqslant x_1<x_2$，则 $0\leqslant\frac{x_1}{x_2}<1$，

所以 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)\in[0,1)$，

所以 $f(x_2)>0$，$f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)-1<0$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增.

(3)因为 $f(27)=f(9)\cdot f(3)=(f(3)\cdot f(3))\cdot f(3)=f^3(3)=9$，

所以 $f(3)=\sqrt[3]{9}$.

由(2)知 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

所以 $a+1\leqslant 3$，即 $a\leqslant 2$，

又因为 $a\geqslant 0$，所以 $0\leqslant a\leqslant 2$.